

Δημόσιο Ινστιτούτο Επαγγελματικής Κατάρτισης

**Στέλεχος Διοίκησης και Οικονομίας στον  
Τομέα της Υγείας  
Σημειώσεις Στα Οικονομικά Μαθηματικά**

**Κάτσιος Σ. Γρηγόριος**

Καρδίτσα 2020



## Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1. Βασικές Έννοιες	5
1. Διάκριση των Μαθηματικών	5
2. Οικονομικά Μαθηματικά	5
3. Θεμελιώδεις Οικονομικές Έννοιες και Ορισμοί	5
4. Τόκος Κεφαλαίου	7
5. Επιτόκιο	7
6. Περιεχόμενο των Μαθηματικών Επιχειρήσεων	7
Κεφάλαιο 2. Στοιχεία Πρακτικής Αριθμητικής	9
1. Είδη Ποσών	9
2. Μέθοδος των Τριών	9
3. Ποσοστά	9
Κεφάλαιο 3. Περί Μερισμού	11
1. Μερισμός Σε Μέρη Ανάλογα	11
2. Αριθμοί: Ανάλογοι προς άλλους, αντίστροφοι και αντιστρόφως ανάλογοι	11
3. Προβλήματα Μερισμού	11
4. Προβλήματα Εταιρείας	11
Κεφάλαιο 4. Περί Απλού Τόκου	13
1. Υπολογισμός απλού τόκου όταν ο χρόνος εκφράζεται σε διαφορετικές μονάδες	13
2. Υπολογισμός τόκου πολλών κεφαλαίων	13
Κεφάλαιο 5. Προεξόφληση	15
1. Υπολογισμός προεξοφλήματος όταν είναι γνωστή η ονομαστική αξία	15
2. Υπολογισμός προεξοφλήματος όταν είναι γνωστή η παρούσα αξία	15
3. Προβλήματα προεξοφλήσεως	15
Κεφάλαιο 6. Περί Ισοδύναμων Γραμματίων	17
1. Εύρεση ονομαστικής αξίας ενιαίου γραμματίου	17
Κεφάλαιο 7. Παράρτημα	19
1. Μαθηματικές Πράξεις και Ιδιότητες	19



## Κεφάλαιο 1

### Βασικές Έννοιες

#### 1. Διάκριση των Μαθηματικών

Τα Μαθηματικά μπορούμε να τα διακρίνουμε σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- **Θεωρητικά Μαθηματικά** είναι το σύνολο των κλάδων της Μαθηματικής Επιστήμης, οι οποίοι ασχολούνται με τη θεωρητική θεμελίωση, διερεύνηση και απόδειξη των νόμων (αξιωμάτων), στους οποίους στηρίζεται η Μαθηματική Επιστήμη.
- **Εφαρμοσμένα Μαθηματικά** είναι το σύνολο των κλάδων των διάφορων επιστημών (Αστρονομία, Μετεωρολογία, Οικονομική, Οικονομετρία, Στατιστική, Φυσική, κ.τ.λ.), οι οποίες θεμελιώνονται όχι μόνο στους δικούς τους νόμους αλλά και στους νόμους (αξιώματα) της Μαθηματικής Επιστήμης.

Κλάδος των εφαρμοσμένων μαθηματικών είναι και τα **Οικονομικά Μαθηματικά**.

#### 2. Οικονομικά Μαθηματικά

Πιο συγκεκριμένα, τα Οικονομικά Μαθηματικά αποτελούν τη μαθηματική ανάλυση, η οποία εφαρμόζεται στα ζητήματα, στα οποία υπεισέρχεται ως βασικός παράγοντας το **Κεφάλαιο**. Με την έννοια κεφάλαιο δεν εννοούμε μόνο το χρηματικό κεφάλαιο, αλλά γενικότερα, υλικά και άυλα περιουσιακά στοιχεία.

Τα Οικονομικά Μαθηματικά είναι τα Μαθηματικά των Οικονομικών Πράξεων και υποδιαιρούνται σε δύο κλάδους:

- (1) Ο πρώτος κλάδος ασχολείται με προβλήματα τα οποία δημιουργούνται στις τραπεζικές και χρηματοοικονομικές συναλλαγές. Τα προβλήματα αυτά οι βασικοί παράγοντες που υπεισέρχονται είναι το χρήμα και ο τόκος. Τα μαθηματικά που ασχολούνται με τέτοια προβλήματα ονομάζονται **Τραπεζικά Μαθηματικά** ή αλλιώς **Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά**.
- (2) Ο δεύτερος κλάδος ασχολείται με προβλήματα των διαφόρων ασφαλιστικών οργανισμών και καλούνται **Ασφαλιστικά** ή αλλιώς **Αναλογίστηκα Μαθηματικά**. Στα προβλήματα αυτά οι βασικοί παράγοντες που υπεισέρχονται είναι ο **τόκος** και η **πιθανότητα** να πραγματοποιηθούν ορισμένα γεγονότα.

#### 3. Θεμελιώδεις Οικονομικές Έννοιες και Ορισμοί

**3.1. Χρήμα-Κεφάλαιο.** Όταν κάποιος ακούει την έκφραση Οικονομικά Μαθηματικά το μυαλό του αρχικά πηγαίνει στο χρήμα και όχι άδικα εφόσον όπως είπαμε προηγουμένως,

το χρηματικό κεφάλαιο είναι άρρηκτα συνδεδεμένο με τον κλάδο αυτό των μαθηματικών. Τι όμως είναι το χρήμα; Πώς ορίζεται;

Ας πάρουμε τα πράγματα από την αρχή. Στις πρωτόγονες κοινωνίες οι συναλλαγές των ανθρώπων γίνονταν με τη μορφή του λεγόμενου **αντίπραγματισμού** δηλαδή την ανταλλαγή ενός προϊόντος με ένα άλλο ή μιας υπηρεσίας. Παραδείγματος χάρη, ο Α αντάλλαξε με τον Β κρέας προκειμένου να πάρει σιτάρι, ή αντάλλαξε δέρμα προκειμένου να του κατασκευάσει κάποιο έπιπλο. Στην πρωτόγονη λοιπόν, οικονομία οι άνθρωποι χρησιμοποίησαν ως ανταλλακτικά μέσα διάφορα αγαθά και υπηρεσίες. Όμως, όλα αυτά τα αγαθά είχαν ορισμένα μειονεκτήματα, όπως το γεγονός ότι μπορούσαν να αλλοιωθούν με την πάροδο του χρόνου και δεν αποθηκεύονταν εύκολα, ήταν δύσκολο να μεταφερθούν κλπ, ενώ για τις υπηρεσίες δεν υπήρχε μία δίκαιη αξιολόγηση ως προς την ανταλλακτική της αξία. Έτσι με τον καιρό οι άνθρωποι εγκατέλειψαν αυτού του είδους την συνδιαλλαγή και στράφηκαν προς διάφορα πολύτιμα μέταλλα όπως τον άργυρο και το χρυσό, που ικανοποιούσαν τα δύο κριτήρια του αναλλοίωτου και της εύκολης μεταφοράς-αποθήκευσης.

Με την πάροδο ωστόσο, του χρόνου και την εξέλιξη του πολιτισμού Οι άνθρωποι επινόησαν ένα κοινό ανταλλακτικό μέσο για όλα τα αγαθά το οποίο ονόμασαν **χρήμα**. Στην σύγχρονη οικονομία το χρήμα παίρνει διάφορες μορφές, Τους οικονομολόγους να μην μπορούν να συμφωνήσουν σε μία κοινή ορολογία για τον ορισμό του.

Δίνοντας έναν **ορισμό για το χρήμα** μπορούμε να πούμε ότι με την στενή έννοια του όρου **χρήμα καλείται το γενικό ανταλλακτικό μέσο και το κοινό μετρό των αξιών όλων των αγαθών και των υπηρεσιών. Μονάδα μέτρησης του χρήματος καλείται νομισματική μονάδα.**

Πιο αναλυτικά, μπορούμε να υποδιαιρέσουμε το χρήμα στις εξής κατηγορίες:

- (1) Το σύνολο των χαρτονομισμάτων και κερμάτων που βρίσκονται σε κυκλοφορία καλείται νομισματική κυκλοφορία ή όπως λέγεται στην καθομιλουμένη "ζεστό χρήμα" συμβολίζεται με  $M_0$ .

$$M_0 = \text{Χαρτονομίσματα} + \text{Κέρματα}$$

- (2) Εάν στο "ζεστό χρήμα" προστεθούν οι καταθέσεις όψεων των ιδιωτών στις τράπεζες, τότε προκύπτει η λεγόμενη προσφορά χρήματος με τη στενή έννοια, η οποία συμβολίζεται με  $M_1$ .

$$M_1 = M_0 + \text{Καταθέσεις Όψεως}$$

- (3) Αν τώρα στην προσφορά χρήματος προστεθούν οι καταθέσεις ταμειευτηρίου και προθεσμίας των ιδιωτών, τα *Repos* και τα τραπεζικά ομόλογα, προκύπτει η προσφορά χρήματος με μία πιο γενική έννοια και συμβολίζεται με  $M_3$ .

$$M_3 = M_1 + \text{Καταθέσεις Ταμειευτηρίου και Προθεσμίας} + \text{Τραπεζικά Ομόλογα} + \text{Repos}$$

- (4) Τέλος, εάν στο προηγούμενο χρηματικό μέγεθος προσθέσουμε τα Έντοκα Γραμμάτια και Ομόλογα του Δημοσίου που έχουν διάρκεια μέχρι ενός έτους, προκύπτει το χρηματικό μέγεθος  $M_4$ .

$$M_4 = M_3 + \text{Έντοκα Γραμμάτια} + \text{Ομόλογα Δημοσίου}$$

Κάθε χώρα έχει τη δική της νομισματική μονάδα. Παραδείγματος χάρη η Ελλάδα και οι χώρες που ανήκουν στην Ευρωπαϊκή Ένωση έχουν το Ευρώ €, οι ΗΠΑ το Δολλάριο \$, το Ηνωμένο Βασίλειο τη Στερλίνα £, η Ιαπωνία το Γεν ¥, η Ρωσία το Ρούβλι ₺, η Κίνα το Γιουάν ή επίσημα Ρενμίνμπι ¥, η Ινδία το Ρούβλι ₹.

#### **4. Τόκος Κεφαλαίου**

#### **5. Επιτόκιο**

#### **6. Περιεχόμενο των Μαθηματικών Επιχειρήσεων**





## Κεφάλαιο 2

### **Στοιχεία Πρακτικής Αριθμητικής**

#### **1. Είδη Ποσών**

#### **2. Μέθοδος των Τριών**

**2.1. Απλή Μέθοδος των Τριών.**

**2.2. Σύνθετη Μέθοδος των Τριών.**

#### **3. Ποσοστά**

**3.1. Προβλήματα.**



## Κεφάλαιο 3

### Περί Μερισμού

#### 1. Μερισμός Σε Μέρη Ανάλογα

2. Αριθμοί: Ανάλογοι προς άλλους, αντίστροφοι και αντιστρόφως ανάλογοι

#### 3. Προβλήματα Μερισμού

3.1. Μερισμός αριθμού  $M$  σε μέρη ανάλογα.

3.2. Μερισμός σε μέρη ανάλογα ακεραίων και κλασματικών αριθμών.

#### 4. Προβλήματα Εταιρείας

4.1. Μερισμός κέρδους ή ζημιάς ανάλογα προς τα κεφάλαια συμμετοχής.

4.2. Μερισμός κέρδους ή ζημιάς ανάλογα προς τους χρόνους συμμετοχής.

4.3. Μερισμός κέρδους ή ζημιάς ανάλογα προς τα κεφάλαια και τους χρόνους συμμετοχής.

4.4. Προβλήματα μερισμού εταιρείας.



## Κεφάλαιο 4

### **Περί Απλού Τόκου**

- 1. Υπολογισμός απλού τόκου όταν ο χρόνος εκφράζεται σε διαφορετικές μονάδες**
- 2. Υπολογισμός τόκου πολλών κεφαλαίων**



## Κεφάλαιο 5

### **Προεξόφληση**

- 1. Υπολογισμός προεξοφλήματος όταν είναι γνωστή η ονομαστική αξία**
- 2. Υπολογισμός προεξοφλήματος όταν είναι γνωστή η παρούσα αξία**
- 3. Προβλήματα προεξοφλήσεως**





## Κεφάλαιο 6

### **Περί Ισοδύναμων Γραμματίων**

#### **1. Εύρεση ονομαστικής αξίας ενιαίου γραμματίου**



Κεφάλαιο 7

## **Παράρτημα**

### **1. Μαθηματικές Πράξεις και Ιδιότητες**

#### **1.1. Οι Πραγματικοί Αριθμοί.**

**1.2. Επίλυση Εξισώσεων 1<sup>ου</sup> βαθμού.**